ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА
4. октобар 2016

Професор: Бојан Башић

1. Кажемо да је природан број n *моћан* уколико за сваки његов прост чинилац p важи $p^2 \mid n$. Доказати да је n моћан број ако и само ако постоје природни бројеви a и b такви да важи $n = a^2b^3$.

2. Кажемо да је природан број a *кототијент* природног броја n ако важи $a \leqslant n$ и НЗД$(n, a) > 1$. Наћи све природне бројеве n такве да n и $n + 1$ имају једнак број кототијената.

3. Под претпоставком да су сви Фермаови бројеви F_k за $k \geqslant 5$ сложени, наћи све природне бројеве n такве да је $n^n + 1$ прост број.

   Једна идеја: Искористити други задатак из претходног испитног рока — подсећање, у њему се тврди да, уколико је број $n^n + 1$ прост, тада важи $n = 2^{2^m}$ за неки ненегативан цео број m.

4. Уређен пар $(x, y) = (2018, 5)$ представља решење одређене једначине Пеловог типа (тј. једначине облика $x^2 - dy^2 = -1$). Да ли је тај пар минимално решење те једначине?

ПИСМЕНИ ИСПИТ ИЗ ТЕОРИЈЕ БРОЈЕВА
4. октобар 2016

Професор: Бојан Башић

1. Кажемо да је природан број n *моћан* уколико за сваки његов прост чинилац p важи $p^2 \mid n$. Доказати да је n моћан број ако и само ако постоје природни бројеви a и b такви да важи $n = a^2b^3$.

2. Кажемо да је природан број a *кототијент* природног броја n ако важи $a \leqslant n$ и НЗД$(n, a) > 1$. Наћи све природне бројеве n такве да n и $n + 1$ имају једнак број кототијената.

3. Под претпоставком да су сви Фермаови бројеви F_k за $k \geqslant 5$ сложени, наћи све природне бројеве n такве да је $n^n + 1$ прост број.

   Једна идеја: Искористити други задатак из претходног испитног рока — подсећање, у њему се тврди да, уколико је број $n^n + 1$ прост, тада важи $n = 2^{2^m}$ за неки ненегативан цео број m.

4. Уређен пар $(x, y) = (2018, 5)$ представља решење одређене једначине Пеловог типа (тј. једначине облика $x^2 - dy^2 = -1$). Да ли је тај пар минимално решење те једначине?